

ニュートリノと暗黒物質

金沢大学理学部

末松大二郎

1. Introduction and motivation
2. Z2 model
3. $U(1)'$ extension
4. Summary

J. Kubo, E. Ma, D.S., Phys. Lett. B642 (2006) 18
J. Kubo, D.S., Phys. Lett. B, (hep-ph/0610006)

1. Introduction and motivation

Standard model (SM) 極めてうまく実験結果を再現

○ 理論的問題

ゲージ階層性問題、パラメータ数 (Yukawa結合定数等)、...
大統一理論、超対称性、...

○ SMでは説明のできない実験事実の出現

●ニュートリノ質量の存在 ← ニュートリノ振動実験

●暗黒物質の存在 ← 宇宙背景放射の精密測定
宇宙の大規模構造の観測

これらの実験事実に基づきおいたSMの拡張の考察

○ ニュートリノ質量

- SMでのニュートリノ質量の説明 Nの導入 (gauge singlet)

$$\mathcal{L} \supset y_\nu \bar{N} L H \quad \langle H \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \Rightarrow m_\nu = y_\nu v$$

極めて小さい Yukawa結合

- Effective operator の導入

$$\mathcal{L} \supset y \frac{H H L L}{M_*} \Rightarrow m_\nu = \frac{y v^2}{M_*} \quad \begin{matrix} v \ll M_* \\ y = O(1) \end{matrix}$$

M_* 生成機構依存

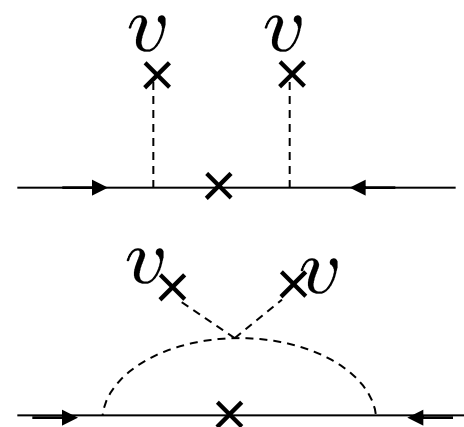
(1) $M_* = M_{\text{pl}}$

(2) Seesaw 機構 $M_* = O(10^{10}) \text{ GeV}$

$M_* N N$ の導入

- (3) radiative mass (Zee model 等)

新たなscalar場等の導入、Loop factor の存在



○ 暗黒物質

● 暗黒物質存在 ← 銀河の回転曲線、...

電氣的に中性で質量を持つ非相対論的安定な粒子の存在

SMに候補となる粒子は見当たらない (axionを除いて)
本当なら、SMの拡張を意味する

宇宙背景放射の精密観測(WMAP) 暗黒物質の存在の定量的示唆
宇宙の大規模構造の観測(SDSS等)

$$\Omega_{\text{DM}} h^2 = 0.12 \pm 0.01 \quad \begin{cases} \Omega_i = \rho_i / \rho_{\text{cr}} \\ h = H / (100 \text{ km/sec/Mps}) \end{cases}$$

● 暗黒物質の存在量の定性的理解 → 何らかの対称性で保障

初期宇宙に熱平衡状態にあった安定粒子のdecoupling時のエネルギー密度として評価

$$\frac{dn}{dt} + 3Hn = -\frac{\langle \sigma v \rangle (n^2 - n_{\text{eq}}^2)}{\text{生成・消滅効果}} \quad H \simeq \Gamma$$

宇宙膨張効果

どのような粒子が暗黒物質の候補となりうるのか？

$$H(T_F) \simeq \Gamma$$

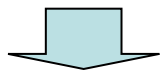
$$\Rightarrow n(T_F) = g \left(\frac{m_{\text{DM}} T_F}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-m_{\text{DM}}/T_F} \quad \text{CDM}$$

$$\Rightarrow \Omega_{\text{DM}} h^2 = \frac{n(T_F) m_{\text{DM}}}{\rho_{\text{cr}}/h^2}$$

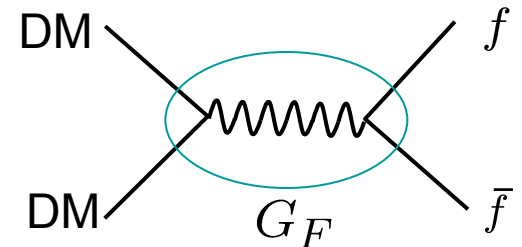
● 暗黒物質の候補

⇒ WIMP (weakly interacting massive particle)

$$m_{\text{DM}} \simeq m_W \quad \Gamma \simeq G_F^2 T^5$$



$$\Omega_{\text{DM}} = O(1)$$



例えば

Supersymmetric model での候補 : the lightest superparticle (LSP)

安定性を保証する対称性 ⇒ R-parity

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{SM contents} \quad +1 \\ \text{superparticle} \quad -1 \end{array} \right.$$

○ MSSMでの現状

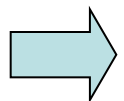
MSSMにおける許容領域 ⇒ 厳しく制限されてきている
別の可能性を検討する余地

○ 模型構成の指針と背景

- ニュートリノ質量の小ささをコントロールする対称性が暗黒物質の安定性を保証する可能性を持つ模型を非超対称模型の枠組みで検討してみる。
- R-parityの破れた超対称模型での暗黒物質を考える際にも適用可能
- LHCの稼動に向けて、非超対称模型の可能性も検討しておくことも重要

暗黒物質とニュートリノ質量の関連付け

$$M_* = O(1) \text{ TeV}$$

 輻射効果によるニュートリノ質量生成

2. Z_2 model

Kubo, Ma, Suematsu

● Field contents

- SM fields
- η (SU(2) doublet)
- N_i (right handed neutrinos)

$$Z_2 \quad \langle H \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$$

$$+1 \quad \langle \eta \rangle = 0$$

$$-1$$

$$-1$$

暗黒物質候補

● Z_2 invariant model

$$\mathcal{L}_N = h_{\alpha i} L_{\alpha} \eta N_i + \frac{1}{2} M_i N_i N_i + \text{h.c.}$$

$$V = m_1^2 H^{\dagger} H + m_2^2 \eta^{\dagger} \eta + \frac{\lambda_1}{2} (H^{\dagger} H)^2 + \frac{\lambda_2}{2} (\eta^{\dagger} \eta)^2$$
$$+ \lambda_3 (H^{\dagger} H) (\eta^{\dagger} \eta) + \lambda_4 (H^{\dagger} \eta) (\eta^{\dagger} H) + \frac{\lambda_5}{2} [(H^{\dagger} \eta)^2 + \text{h.c.}]$$

☆ $\lambda_5 \ll O(1)$ を仮定 \leftarrow U(1)対称性の存在($\lambda_5 = 0$ の場合)

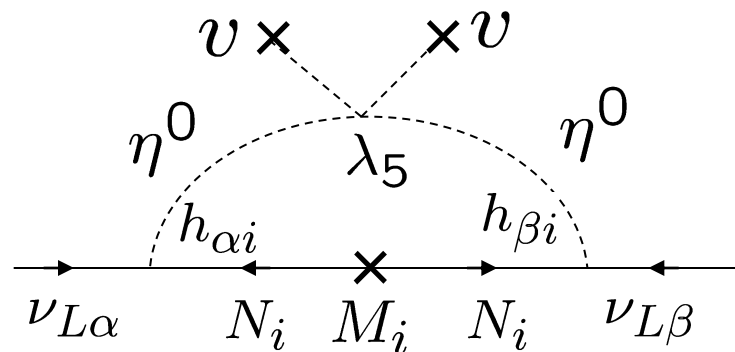
$$\star m_0^2 = \frac{m_R^2 + m_I^2}{2}$$

$$\eta^0 = \frac{\eta_R + i\eta_I}{\sqrt{2}}, \quad m_R^2 - m_I^2 = 2\lambda_5 v^2$$

○ ニュートリノ質量

$$(\mathcal{M}_\nu)_{\alpha\beta} = \sum_i \frac{h_{\alpha i} h_{\beta i} I(M_i^2/m_0^2)}{M_i}$$

$$I(x) = \frac{\lambda_5 v^2}{8\pi^2} \left(\frac{x}{1-x} \right) \left[1 + \frac{x \ln x}{1-x} \right]$$



mass scale

$$\frac{\lambda_5 v^2}{8\pi^2 M_i} = O(1) \text{eV} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} M_i &= O(1) \text{TeV} \text{ の場合} \\ \lambda_5 &= O(10^{-9}) \end{aligned}$$

● MNS行列 大気ニュートリノ $\Rightarrow \tan \theta_{12} \simeq 1/\sqrt{2}$

$$U \simeq \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & s_{13} e^{-i\delta} \\ -\frac{s_{12}}{\sqrt{2}} + \frac{c_{13} s_{13} e^{i\delta}}{\sqrt{2}} & \frac{c_{12}}{\sqrt{2}} + \frac{s_{12} s_{13} e^{i\delta}}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ \frac{-s_{12}}{\sqrt{2}} - \frac{c_{13} s_{13} e^{i\delta}}{\sqrt{2}} & \frac{c_{12}}{\sqrt{2}} - \frac{s_{12} s_{13} e^{i\delta}}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\alpha_1/2} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_2/2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Majorana phases

○ 暗黒物質

lightest N ($\equiv N_k$) と仮定

$$M_k < m_0$$

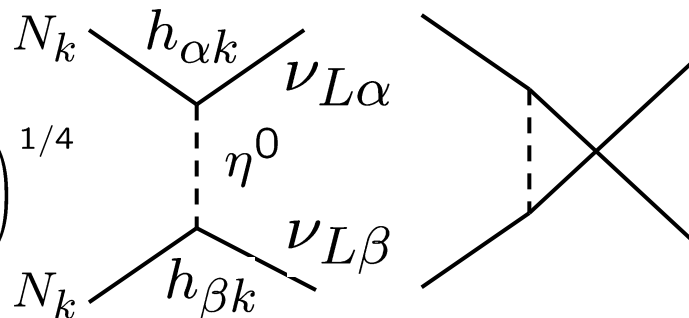
対消滅断面積 N_k の相対速度に関して展開

η^0, η^\pm の質量

$$\langle \sigma v \rangle = a + bv^2 + \dots$$

$$\begin{cases} a = 0 \\ b = \frac{y^4 M_k^2 (1 - 2r + 2r^2)}{24\pi(m_0^2 + M_k^2)^2} \end{cases}$$

$$y = \left(\sum_{\alpha, \beta} |h_{\alpha k} h_{\beta k}^*|^2 \right)^{1/4}$$



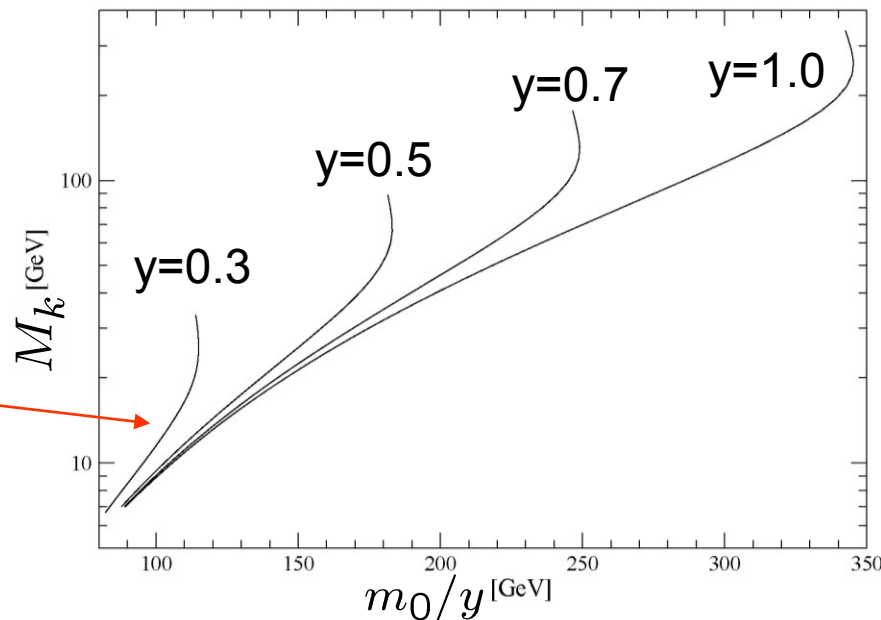
$$\Omega_{N_k} h^2|_0 \simeq \frac{8.76 \times 10^{-11} g_*^{-1/2} x_F}{(a + 3b/x_F) \text{GeV}^2}$$

$$x_F = \ln \frac{0.0955 m_{\text{pl}} M_{N_k} (a + 6b/x_F)}{(g_* x_F)^{1/2}}$$

$$\Omega_{N_k} h^2 \simeq 0.12$$

$$m_0/y < 350 \text{ GeV}$$

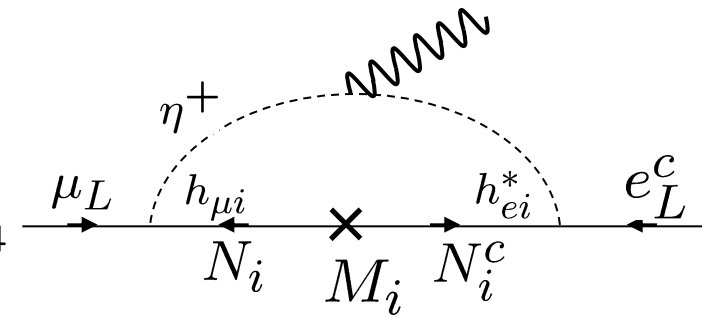
$$\text{for } y \lesssim 1$$



lepton flavor violating process からの制限？

○ $\mu \rightarrow e\gamma$ からの制限

● η^\pm 交換による効果



$$B(\mu \rightarrow e\gamma) = \frac{3\alpha}{64\pi(G_F m_0^2)^2} C^4 \simeq \left(\frac{30 \text{ GeV}}{m_0/C} \right)^4$$

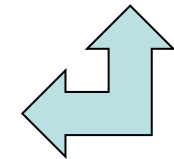
$$C^2 = \left| \sum_i h_{\mu i} h_{e i}^* F_2(M_i^2/m_0^2) \right|$$

$$F_2(x) = \frac{1 - 6x + 3x^2 + 2x^3 - 6x^2 \ln x}{6(1-x)^4}$$



$|\sum_i h_{\mu i} h_{e i}^*| \sim 1$ の場合

$$B(\mu \rightarrow e\gamma) \gtrsim 5 \times 10^{-7}$$



現在の実験の上限 $B(\mu \rightarrow e\gamma) < 1.2 \times 10^{-11}$

● この矛盾を解決する可能性？

$M_{1,2,3}$ が縮退している場合

$$(\mathcal{M}_\nu)_{\alpha\beta} = \sum_i \frac{h_{\alpha i} h_{\beta i} I(M_i^2/m_0^2)}{M_i} = U^* \begin{pmatrix} m_1 e^{-i\alpha_1} & 0 & 0 \\ 0 & m_2 e^{-i\alpha_2} & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} U^\dagger$$

simple solution を仮定

$$h_{\alpha i} = \left(\frac{M m_i}{I(M^2/m_0^2)} \right)^{1/2} e^{-i\alpha_i/2} U_{\alpha i}^*$$

$$C^2 = \frac{F_2(M^2/m_0^2)M}{I(M^2/m_0^2)} \left| \frac{s_{12}c_{12}}{\sqrt{2}}(m_2 - m_1) + \frac{s_{13}e^{-i\delta}}{\sqrt{2}}(c_{12}^2 m_1 + s_{12}^2 m_2 - m_3) \right|^2$$

★ Normal hierarchy $\delta = 0, \quad h_3 = (\sum_{\alpha} |h_{\alpha 3}|^2)^{1/2} = 1$

$$C^2 = \frac{0.067}{m_3} |c_{12}(s_{12} - s_{13}c_{12})(m_2 - m_1) - s_{13}(m_3 - m_2)|^2$$

$$\Delta m_{21}^2 = \Delta m_{\text{sol}}^2 = 7.9 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$$

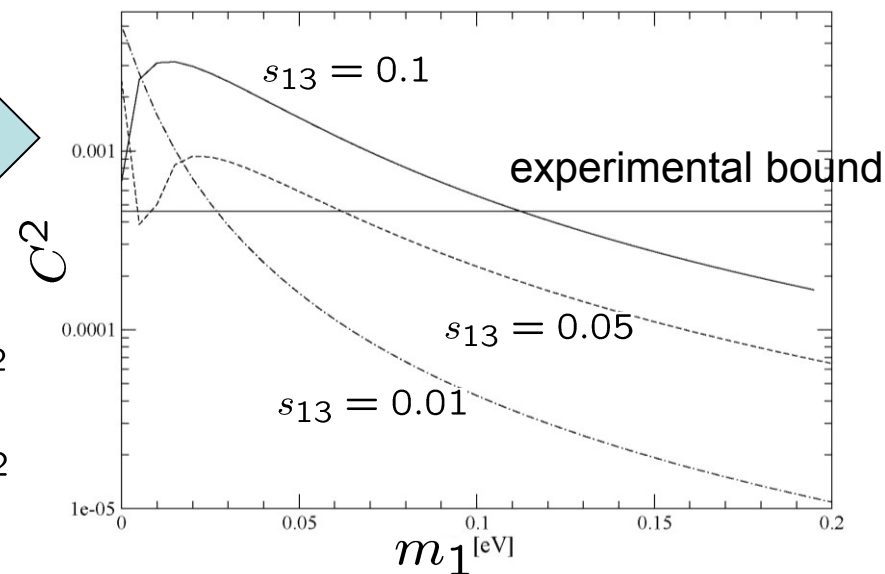
$$\Delta m_{32}^2 = \Delta m_{\text{atm}}^2 = 2.3 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$$

c_{12} 太陽ニュートリノ

$$s_{13} < 0.2$$

$$\frac{m_1}{\text{eV}} \gtrsim 0.02 + 1.4|s_{13} - 0.02| - 2.9|s_{13} - 0.02|^2$$

$$\langle m_{ee} \rangle \simeq m_1 |0.572 + 0.428(\cos(\alpha_1 - \alpha_2))|^{1/2}$$



○ その他のmodelの特徴

- 右巻きニュートリノの質量に要求される縮退度

$$\Delta M/M = O(10^{-3})$$

- $\tau \rightarrow \mu\gamma, \tau \rightarrow e\gamma, (g-2)_\mu$ への影響
実験上限より、一桁以上小さい

3. $U(1)'$ extension

Kubo, Suematsu

○ Z_2 modelの特徴

- (1) ニュートリノ質量 $\lambda_5 = O(10^{-9})$ の仮定が必要
- (2) 暗黒物質の残存量と $\mu \rightarrow e\gamma$ の両立
⇒ Yukawa結合 $h_{\alpha k}$ の大きさと η の質量に強い制限

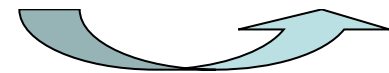
これらを緩和する可能性は？

Field contents	$U(1)'$	Z_2
SM fields	$Q_L(2q), L_L(0), H(0)$	+1
η (SU(2) doublet)	$-q$	-1
N_1 (right handed neutrino)	0	+1
N_2 (right handed neutrino)	q	-1
ϕ (SM singlet)	$-2q$	+1

$$\langle H \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$$

$$\langle \eta \rangle = 0$$

$$\langle \phi \rangle \neq 0$$



○ $U(1)'$ invariant model

M_* Effective mass scale

$$\mathcal{L}_N = h_{\alpha 1} L_\alpha H N_1 + h_{\alpha 2} L_\alpha \eta N_2 + \frac{1}{2} M_* N_1 N_1 + \frac{\lambda}{2} \phi N_2 N_2 + \text{h.c.}$$

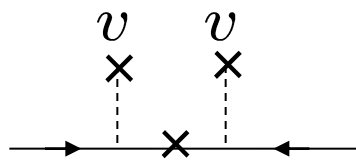
$$V = m_1^2 H^\dagger H + m_2^2 \eta^\dagger \eta + m_\phi^2 \phi^\dagger \phi + \frac{\lambda_1}{2} (H^\dagger H)^2 + \frac{\lambda_2}{2} (\eta^\dagger \eta)^2 + \frac{\lambda_3}{2} (\phi^\dagger \phi)^2 \\ + \lambda_4 (H^\dagger H) (\eta^\dagger \eta) + \lambda_5 (H^\dagger \eta) (\eta^\dagger H) + \frac{\lambda_6}{2M_*} [\phi (\eta^\dagger H)^2 + \text{h.c.}] \\ + \lambda_7 \phi^\dagger \phi H^\dagger H + \lambda_8 \phi^\dagger \phi \eta^\dagger \eta$$

$\langle \phi \rangle \ll M_*$ $U(1)'$ の自発的破れ

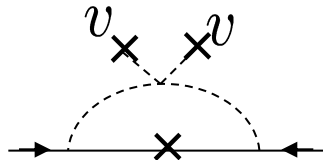
- ★ $U(1)' \rightarrow Z_2$ 暗黒物質の安定性を保証
- ★ $\frac{\lambda_6}{2M_*} \langle \phi \rangle \ll O(1)$ λ_5 in Z_2 model
- ★ $M_{N_2} = \lambda \langle \phi \rangle$
- ★ $M_{\eta^0}^2 \simeq m_\eta^2 + (\lambda_4 + \lambda_5) v^2 + \lambda_8 \langle \phi \rangle^2$
- ★ $M_{Z'} = 2\sqrt{2} g' q \langle \phi \rangle$

○ ニュートリノ質量

$$\mathcal{M}_\nu = \frac{v^2}{M_*} \left[\mu^{(1)} + \frac{\lambda_6 I (M_{N_2}^2 / M_{\eta^0}^2)}{8\pi^2} \mu^{(2)} \right]$$



Seesaw mass



Radiative mass

$$\mu^{(a)} = \begin{pmatrix} h_{ea}^2 & h_{ea}h_{\mu a} & h_{ea}h_{\tau a} \\ h_{ea}h_{\mu a} & h_{\mu a}^2 & h_{\mu a}h_{\tau a} \\ h_{ea}h_{\tau a} & h_{\mu a}h_{\tau a} & h_{\tau a}^2 \end{pmatrix}$$

simple case $\mu^{(1)}, \mu^{(2)}$ 同時対角化可能 $h_{e1}h_{e2} + h_{\mu 1}h_{\mu 2} + h_{\tau 1}h_{\tau 2} = 0$

解析的表現が得られる

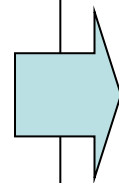
5パラメータ

$$\tan \theta_2 = \frac{h_{\mu 1}}{h_{\tau 1}}, \quad \tan \tilde{\theta}_2 = \frac{h_{\mu 2}}{h_{\tau 2}}$$

$$\tan \theta_3 = \frac{h_{e1}}{\sqrt{h_{\mu 1}^2 + h_{\tau 1}^2}}$$

$$A = \frac{2h_{\tau 1}^2 v^2}{M_*}$$

$$B = \left(\frac{\lambda_6}{16\pi^2 \lambda} \right) \left(\frac{h_{\tau 2}}{h_{\tau 1}} \right)^2 I \left(\frac{M_{N_2}^2}{M_{\eta^0}^2} \right)$$



$$\tan \theta_1 = -\frac{\tan \tilde{\theta}_2 \tan \theta_2 + 1}{(\tan \tilde{\theta}_2 - \tan \theta_2) \sin \theta_3}$$

A : mass scale

$$A = O(1) \text{eV}$$

$$\Rightarrow M_* \sim 10^{10} \text{GeV}$$

● 質量固有値

$$\begin{cases} m_1 = 0 \\ m_2 = \frac{AB \tan^2 \theta_1 + 1}{\tan^2 \theta_2 + 1} (\tan \theta_2 - \tan \theta_1)^2 \\ m_3 = \frac{A}{2} (\tan^2 \theta_2 + 1) (\tan^2 \theta_3 + 1) \end{cases}$$

$$m_2^2 = \Delta m_{\text{sol}}^2 = 8.0_{-0.4}^{+0.6} \times 10^{-5} \text{ eV}^2$$

$$m_3^2 = \Delta m_{\text{atm}}^2 = (1.9 - 3.6) \times 10^{-3} \text{ eV}^2$$

$$\tan^2 \theta_1 = \tan^2 \theta_{\text{sol}} = 0.45_{-0.07}^{+0.09}$$

☆ $U_{e3} \neq 0$ 領域の存在

☆ パラメータの強いtuning無しに
現在の実験データを説明

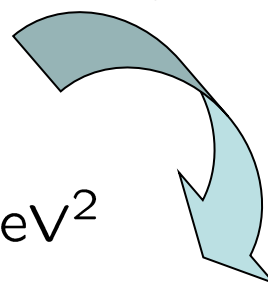
☆ $\langle m_{ee} \rangle \leq 6.3 \times 10^{-3} \text{ eV}$

● MNS行列

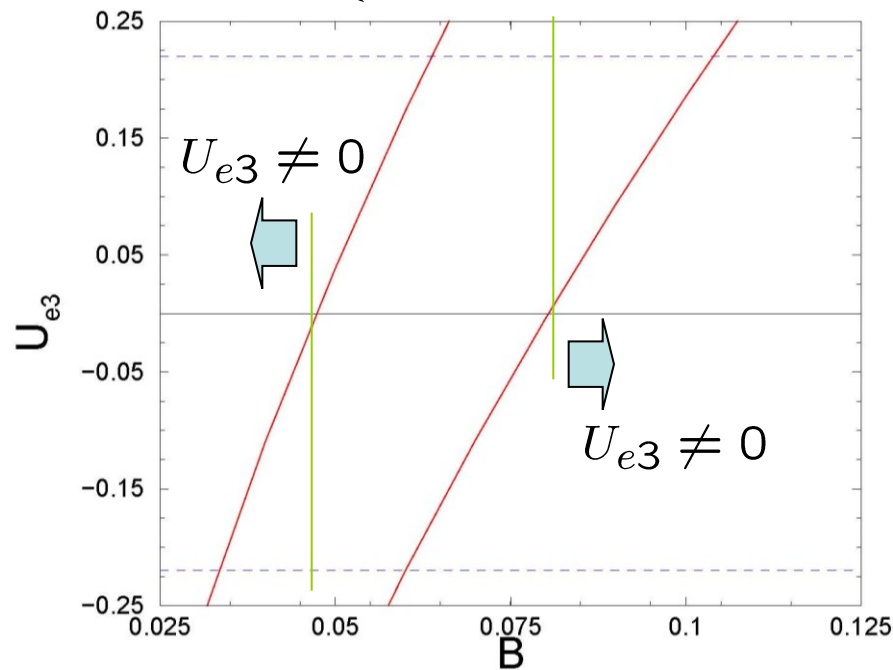
大気ニュートリノ

$$\tan \theta_2 = 1/\sqrt{2}$$

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & \sin \theta_1 & \frac{\sin \theta_3}{\sqrt{2}} \\ -\frac{\sin \theta_1}{\sqrt{2}} & \frac{\cos \theta_1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{\sin \theta_1}{\sqrt{2}} & -\frac{\cos \theta_1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$



U_{e3} 許容領域

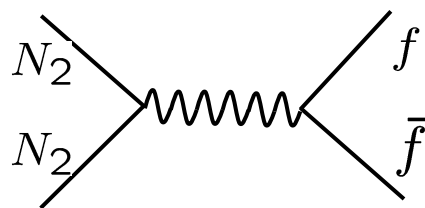


○ 暗黒物質

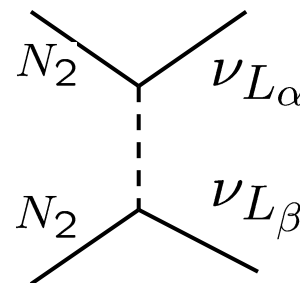
暗黒物質 N_2 : Z_2 odd

新たな相互作用の存在
 $\Rightarrow h_{\alpha 2}$ への制限を緩和

Z'交換



η^0 交換



● $N_2 N_2 \rightarrow f \bar{f}$ 過程の $\langle \sigma v \rangle = a + bv^2 + \dots$

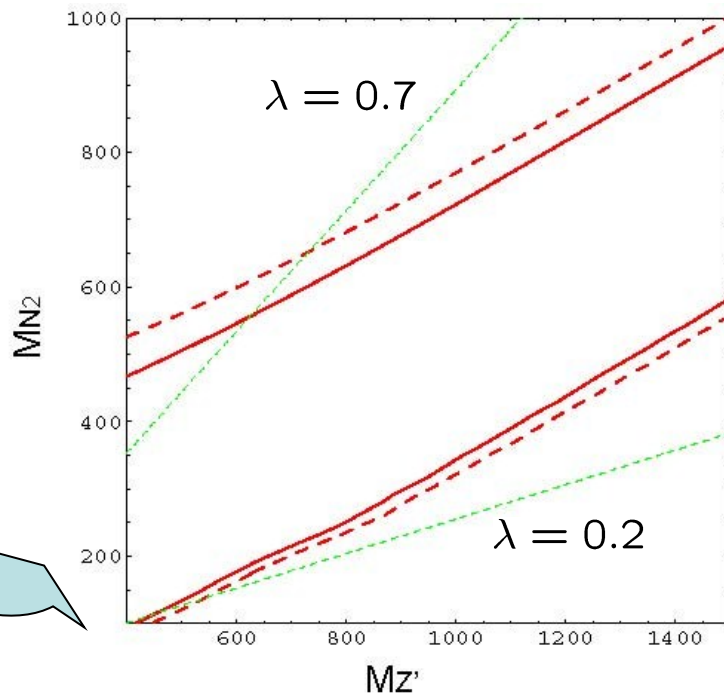
$$\left\{ \begin{aligned} a &\simeq \sum_f c_f \frac{g'^4}{2\pi} Q_{fA}^2 q^2 \frac{m_f^2}{(s - M_{Z'}^2)^2} \\ b &\simeq \sum_f c_f \frac{g'^4}{6\pi} (Q_{fV}^2 + Q_{fA}^2) q^2 \frac{M_{N_2}^2}{(s - M_{Z'}^2)^2} \end{aligned} \right.$$

$$Q_{fV} = Q_{fR} + Q_{fL}, \quad Q_{fA} = Q_{fR} - Q_{fL}$$

$$0.0945 \leq \Omega_{N_2} h^2 \leq 0.1285$$

$$g' = \sqrt{5/3} g_Y, \quad q = 0.6$$

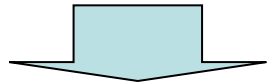
leptophobic case $M_{Z'} \gtrsim 450 \text{ GeV}$



○ $\mu \rightarrow e\gamma$ からの制限

$$B(\mu \rightarrow e\gamma) = \frac{3\alpha}{64\pi(G_F M_{\eta^0})^2} \left| h_{\mu 2} h_{e 2}^* F_2 \left(\frac{M_{N_2}^2}{N_{\eta^0}^2} \right) \right|^2$$

$$B(\mu \rightarrow e\gamma) \lesssim 1.2 \times 10^{-11}$$



$$M_{\eta^0} \gtrsim (360 - 500) \left(\frac{h_{\tau 2}}{0.1} \right) \text{ GeV} \quad M_{N_2} < M_{\eta^0}$$

☆ CDMからの条件 $M_{N_2} \gtrsim 150 \text{ GeV}$ と矛盾しない

☆ Z' 相互作用はflavorに依らない

⇒新たなFCNCのソースにならない

☆ Z_2 modelの場合より、CDMと $\mu \rightarrow e\gamma$ を両立させるための制限は緩和される

4. Summary

- ニュートリノ質量と暗黒物質の存在は、SMの拡張を考える際の実験事実に基づいた重要な指針となるかもしれない。
- ニュートリノ質量の小ささを説明する対称性が、暗黒物質の安定性を保証する可能性がある。非超対称模型での暗黒物質の候補を考える上で興味深い。
- 暗黒物質はTeV領域の物理として説明される可能性が大きく(WIMP)、これをニュートリノ質量と関連させる場合、輻射補正による質量生成が重要な役割を演じることが期待される。この場合、FCNCなどの制限が重要になる。
- LHCで模型の兆候が見える可能性もあり、さらに深く検討してみる価値がある？
- R-parityの破れた超対称模型において暗黒物質の候補を考える場合の一つの可能性を与えている。